



SOLUTION DE L'ÉNIGME



Voici la réponse :

Il y a **3 réponses** possibles. Les sommes valent 132, 264 et 396.

Voici la solution :

Nous savons qu'il ne reste que 3 des touches de 1 à 9 sur la calculatrice qui fonctionnent. Appelons ces chiffres : A , B et C .

Les 6 nombres à 2 chiffres qu'on peut former avec ces chiffres sont :

$$AB, BA, AC, CA, BC, CB.$$

On sait aussi que la somme de ces 6 nombres donne un nombre qui contient ces mêmes 3 chiffres, donc c'est un nombre à au moins 3 chiffres. Cependant, ce ne peut pas être un nombre à plus de 3 chiffres, car la somme de 6 nombres à 2 chiffres donne au maximum :

$$6 \times 99 = 594$$

La somme est donc un nombre à 3 chiffres que nous noterons ABC .

*Ici, l'ordre ABC n'est pas important : on aurait aussi pu noter CAB , etc.

Ainsi, on sait que :

$$AB + BA + CA + AC + CB + BC = ABC$$

$$(10A + B) + (10B + A) + (10C + A) + (10A + C) + (10C + B) + (10B + C) = ABC$$

$$10A + 10B + 10C + 10A + 10C + 10B + B + A + A + C + B + C = ABC$$

$$10(2A + 2B + 2C) + (2A + 2B + 2C) = ABC$$

$$11(2A + 2B + 2C) = ABC$$

$$11 \times 2 \times (A + B + C) = ABC$$

De cette dernière égalité, on peut déduire deux contraintes :

- ABC est divisible par 2, donc C est un multiple de 2.
- ABC est divisible par 11, donc $A - B + C = 0$,



Représentons les valeurs de A , B et C qui respectent les deux contraintes dans un tableau :

A	1	3	4	5	1	2	3	5	1	2	3	1
B	3	5	6	7	5	6	7	9	7	8	9	9
C	2	2	2	2	4	4	4	4	6	6	6	8

Il faut maintenant vérifier quelles valeurs respectent la contrainte de l'énoncé. Pour ce faire, nous pouvons utiliser l'équation suivante qu'on avait fait ressortir plus tôt :

$$AB + BA + CA + AC + CB + BC = 11 \times 2 \times (A + B + C) = ABC$$

Par exemple, pour $A = 1$, $B = 3$ et $C = 2$:

$$22 \times (1 + 3 + 2) = 132$$

Cela fonctionne!

Par contre, pour $A = 3$, $B = 5$, $C = 2$:

$$22 \times (3 + 5 + 2) = 220 \neq 352$$

Cela ne fonctionne pas.

En testant les 12 combinaisons du tableau, on trouve les 3 réponses.