



SOLUTION DE L'ÉNIGME



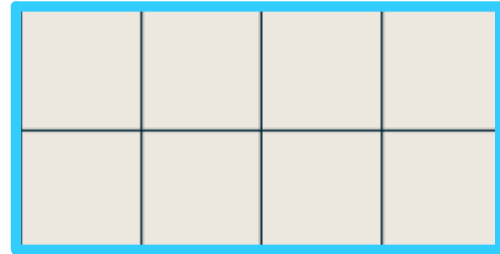
Voici la réponse :

Aliaksei a utilisé **48 tuiles**.

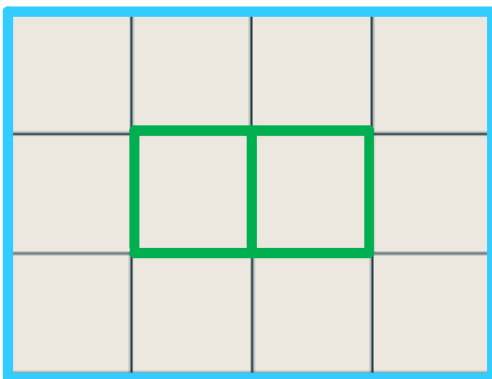
Voici la solution :

On souhaite trouver un dallage de moins de 50 tuiles, avec un nombre de tuiles qui ne touchent pas au bord égal au nombre de tuiles qui touchent au bord.

Remarquons que si le dallage possède 1 ou 2 tuiles de largeur, alors toutes les tuiles toucheront au bord peu importe la longueur :



Essayons avec un dallage de 3 tuiles de largeur et 4 tuiles de longueur.



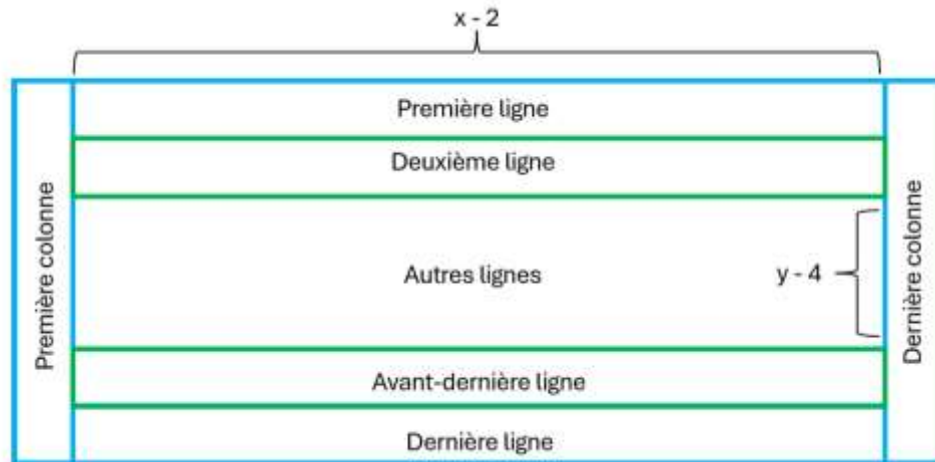
On peut remarquer que :

- Il y a 2 tuiles qui ne touchent pas au bord.
- Il y a 10 tuiles qui touchent au bord.



Pour faciliter la résolution du problème, essayons de généraliser un peu le raisonnement.

On souhaite trouver un dallage comme celui-ci :



On considère les lignes sans leurs extrémités. Si on prend un dallage qui a x tuiles de longueur, alors il y aura $x-2$ tuiles dans la première ligne, deuxième ligne etc.

Ainsi, il y a autant de tuiles dans la deuxième et avant-dernière ligne (ensemble) que dans la première et dernière ligne (ensemble).

Pour respecter la contrainte, il faut que le nombre de tuiles dans la première et dernière colonne soit égal au nombre de tuiles dans les « autres lignes » :

x : le nombre de tuiles de longueur;

y : le nombre de tuiles de largeur;

$2y$: le nombre de tuiles dans la première et dernière colonne, ensemble ;

$(x - 2)(y - 4)$: le nombre de tuiles dans les autres lignes.

Pour trouver un dallage qui respecte les consignes, nous allons choisir un nombre de tuiles de longueur plus grand que 4, puis trouver la largeur qu'il faut.



Essayons avec un dallage de 5 tuiles de longueur.

On doit avoir :

$$(5 - 2)(y - 4) = 2y$$

$$3(y - 4) = 2y$$

$$3y - 12 = 2y$$

$$y = 12$$

Cependant, $5 \times 12 = 60 > 50$.

Essayons avec un dallage de 6 tuiles de longueur.

On doit avoir :

$$(6 - 2)(y - 4) = 2y$$

$$4(y - 4) = 2y$$

$$4y - 16 = 2y$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

Cela marche, $6 \times 8 = 48 \leq 50$.

On peut essayer d'autres longueurs, mais on se rend compte que c'est la seule réponse possible.

