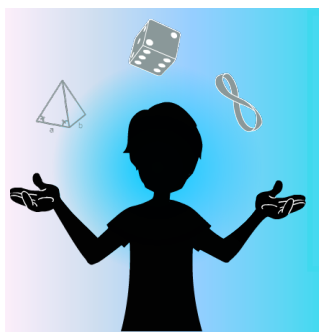




SEMAINE DES MATHS

MAGIE MATHÉMATIQUE

- LE 13 CHANCEUX -

Comment faire le tour de magie

BUT :

Trouver la somme des valeurs des cartes sur le dessus des 3 piles du spectateur.

PRÉPARATION :

Le magicien retire les 2 jokers du jeu de cartes.

TOUR :

1. Il place les cartes en ordre décroissant, du roi jusqu'à l'as, pour chacune des sortes. Ensuite, il retire les rois de chacune des piles. (4 rois.)
2. Pendant qu'il ne regarde pas, le magicien demande au spectateur de faire, pour chacune des sortes, une pile de cartes consécutives à partir de la dame jusqu'à la carte de son choix. Les autres cartes sont retirées et placées dans une pile que nous appellerons la pile des cartes restantes.
3. Le magicien demande au spectateur d'éliminer un décompte parmi les 4. Il place ces cartes dans la pile des cartes restantes.
4. Le spectateur additionne la valeur de la dernière carte des trois décomptes restants. Il ne dit pas la réponse au magicien.
5. Le magicien demande au spectateur de prendre la pile des cartes restantes et d'y enlever 13 cartes, puisque 13 est le nombre chanceux. Le spectateur compte ensuite le nombre de cartes qu'il reste dans la pile des cartes restantes et annonce le nombre au magicien.
6. Le magicien peut alors dire la somme des valeurs des dernières cartes de chacun des 3 décomptes du spectateur.

**** Pour ce faire, il n'a qu'à additionner 4 au nombre de cartes restantes.**



www.semainedesmaths.ulaval.ca





EXPLICATION MATHÉMATIQUE



Voici pourquoi ce tour fonctionne.

Puisque le magicien retire les 2 jokers du paquet, il reste seulement 52 cartes. Il retire ensuite les 4 rois de chaque pile. Il reste ainsi 48 cartes.

Le spectateur doit former 4 piles en plaçant les cartes en ordre décroissant débutant par une dame, mais se terminant par n'importe quel nombre.

Si le spectateur avait fait une pile de cartes contenant une dame, un valet, un 10, un 9, un 8 et un 7, sa pile aurait alors comptée 6 cartes. On remarque que si l'on additionne la valeur de la dernière carte du décompte (7) avec le nombre de cartes de la pile (6), on obtient 13.

S'il avait choisi de faire une pile composée seulement de la dame, il aurait 1 carte dans sa pile. Lorsque nous additionnons le nombre de cartes dans sa pile (1) et la valeur de la dernière carte du décompte (12), nous remarquons que le résultat est également de 13.

S'il avait choisi, par exemple, de faire une pile avec dame, valet, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, il aurait 11 cartes dans sa pile. Ainsi, encore une fois, la valeur de la dernière carte du décompte (2) additionné au nombre de cartes (11) donne 13.

Ceci est vrai pour tous les décomptes possibles. Peu importe la valeur de la dernière carte du décompte, **elle nous indique toujours le nombre de cartes manquantes dans la pile afin d'arriver à un total de 13 cartes.**

À partir de cette information, nous pouvons résoudre le tour de plusieurs façons.

Première résolution possible :

Imaginons que nous avons placé les 4 rois dans la pile des cartes restantes au départ, afin de faciliter la compréhension*.

Tel que mentionné, nous savons que la valeur de la dernière carte d'un décompte nous indique toujours le nombre de cartes manquantes dans la pile afin d'arriver à un total de **13 cartes**. Également, nous savons que chaque sorte contient normalement **13 cartes** (12 cartes et le roi).

Ainsi, la valeur de la dernière carte du décompte représente le nombre de cartes qui sont retirées et mises dans la pile des cartes restantes.

Par la suite, le spectateur élimine une pile et la place avec les cartes restantes. En faisant ceci, nous nous retrouvons à assembler une sorte complète en joignant celles se trouvant dans les cartes restantes et celles de la pile retirée. Bref, la pile de cartes restantes comprend **une sorte complète (13 cartes)** et **les cartes complétant les 3 décomptes** toujours sur la table.

Le magicien demande ensuite d'enlever 13 cartes, soit le même nombre de cartes **qu'une sorte complète**. Dans la pile de cartes restantes, il reste donc le même nombre de cartes que les **cartes complétant les 3 décomptes**.

Le nombre de cartes dans la pile des cartes restantes correspond donc à la somme des valeurs des dernières cartes des trois décomptes.

*Cependant, souvenons-nous que les 4 rois ont été retirés au départ par le magicien et qu'ils ne sont pas comptabilisés dans le nombre de cartes restantes. C'est pourquoi le magicien doit additionner 4 au nombre de cartes restantes pour trouver la somme.

Voici pourquoi ce tour fonctionne. (suite)

Deuxième résolution possible :

Nous allons tenter d'exprimer le nombre de cartes dans la pile des cartes restantes en fonction de la somme des 3 nombres sur le dessus des piles.

Posons les variables suivantes :

N := nombre de cartes dans la pile des cartes restantes.

X := Valeur de la dernière carte du premier décompte.

Y := Valeur de la dernière carte du deuxième décompte.

Z := Valeur de la dernière carte du troisième décompte.

Comme on sait que la valeur de la dernière carte du décompte indique toujours le nombre de cartes manquantes afin d'arriver au nombre 13, on peut conclure que dans la première, deuxième et troisième pile, il y a respectivement :

$13 - X$ cartes.

$13 - Y$ cartes.

$13 - Z$ cartes.

Ces cartes ne sont pas dans la pile des cartes restantes, on doit donc enlever ces trois résultats. De plus, dans les manipulations, nous devons également enlever 13 cartes, puisque 13 est le nombre chanceux.

N'oublions pas que le tour se fait avec 48 cartes (soit un jeu de cartes complet duquel nous avons retiré les 2 jokers et les 4 rois). Ainsi, on peut conclure que le nombre de cartes dans la pile des cartes restantes (N) est :

$$\begin{aligned} N &= 48 - (13 - X) - (13 - Y) - (13 - Z) - 13 \\ \Rightarrow N &= 48 - 13 + x - 13 + y - 13 + z - 13 \\ \Rightarrow N &= x + y + z - 4 \\ \Rightarrow N + 4 &= x + y + z. \end{aligned}$$

On en conclut donc que le nombre de cartes dans la pile des cartes restantes (N) additionné à 4 est égal à la somme des valeurs de la dernière carte des trois décomptes.