MAGIE MATHÉMATIQUE

- LE TRIANGLE ARITHMÉTIQUE -

SEMAINE DES MATHS

Matériel :

- Vidéo du tour
- 1 jeu de cartes
- Illustration du triangle

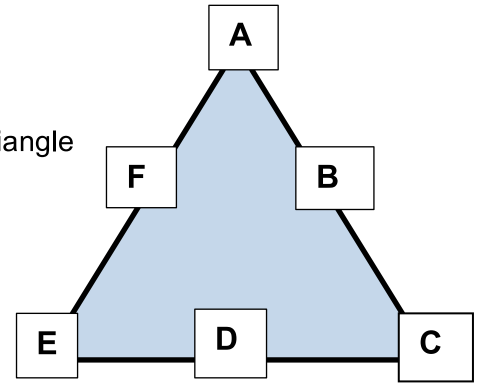
Comment faire le tour de magie

BUT :

Trouver la valeur de la carte sélectionnée par le spectateur.
N.B. La valeur du valet, de la dame, du roi et de l'as sont respectivement de 11, 12, 13 et 1.

PRÉPARATION :

- Enlever les jokers du jeu de cartes.
- Représenter sur une feuille de papier le triangle arithmétique nécessaire pour ce tour.
  Voici le triangle à reproduire :



TOUR :

1. Le spectateur sélectionne quatre cartes parmi les 52 et les cache au magicien.
2. Parmi les quatre cartes, il choisit une carte et retient sa valeur. Il met les quatre cartes de côté, faces cachées.
3. Pendant que le magicien est retourné, le spectateur répartit certaines cartes sur les lettres du triangle de la façon suivante :

   a) Il place un nombre de cartes équivalant à la valeur de la carte choisie sur chacun des sommets du triangle (les lettres A, C et E).

   b) Il distribue les cartes restantes une à la fois en alternant une sur B, une sur D et une sur F, jusqu'à ce qu'il ne reste plus aucune carte.

4. Le magicien demande au spectateur de choisir un des trois côtés du triangle, de compter le nombre de cartes sur ce côté et de lui dévoiler ce nombre.
5. Le magicien peut alors dire la valeur de la carte du spectateur.

   Pour ce faire, le magicien n'a qu'à soustraire 16 du nombre de cartes apparaissant sur le côté du triangle.

EXPLICATION MATHÉMATIQUE

Voici pourquoi ce tour fonctionne.

Première résolution possible (algébrique) :

Au début du tour, le spectateur sélectionne 4 cartes et les retire du jeu. Ainsi, le tour se déroule avec 48 cartes (52 - 4).

Posons la variable suivante :

x := valeur de la carte choisie par le spectateur.

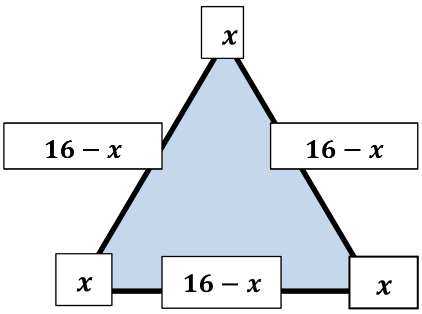
On sait qu'après l'étape 3. a), il y aura exactement x cartes sur le sommet A, x cartes sur le sommet C et x cartes sur le sommet E.

En ce qui concerne l'étape 3. b), comme le tour commence avec 48 cartes et que le spectateur enlève x cartes pour les 3 sommets, le spectateur distribue pour les faces B, D et F un total de :

$48 - 3x$ cartes.

De plus, comme le spectateur alterne la distribution des cartes restantes sur les trois autres lettres, on sait qu'elles auront le même nombre de cartes. Autrement dit, on doit diviser le nombre de cartes à distribuer en 3 pour connaître le nombre de cartes qu'il y aura sur les cases B, D, F.

$$\frac{48-3x}{3} = \frac{48}{3} - \frac{3x}{3} = 16 - x.$$



Finalement, chaque côté du triangle est composé de deux sommets et de l'une des lettres B, D ou F.

En sachant ce que nous venons de dire plus tôt, si nous posons :

n := nombre de cartes sur un côté du triangle,

nous obtenons :

$$n = x + x + (16 - x) = 2x + 16 - x = x + 16$$

$$\Rightarrow\ n = x + 16$$
$$\Rightarrow\ x = 16 - n.$$

Ainsi, lorsque le spectateur dévoile le nombre de cartes sur un côté du triangle (n), le magicien n'a qu'à soustraire 16 à ce nombre pour connaître la valeur de la carte (x).

Voici pourquoi ce tour fonctionne (suite)

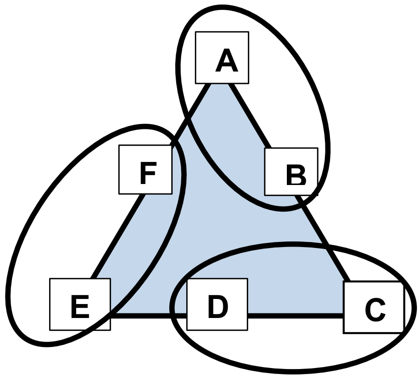
Deuxième résolution possible :

Au début du tour, le spectateur sélectionne 4 cartes et les retire du jeu. Ainsi, le tour se déroule avec 48 cartes (52 - 4).

On sait que le nombre de cartes se trouvant sur les sommets (lettre A, C et E) est le même.

Également, la façon de distribuer les cartes résulte du fait que le nombre de cartes se trouvant sur les lettres B, D et F est le même.

On peut donc en conclure que les 3 ovales de la figure ci-dessous possèdent chacun le même nombre de cartes (chaque ovale est constitué de 2 lettres : une lettre parmi A, C et E ainsi qu'une lettre parmi B, D et F).



Également, comme toutes les cartes sont distribuées sur les lettres, on peut conclure que chaque ovale possède le tiers de 48, soit 16 cartes.

Or, chacun des côtés est composé d'un ovale et d'une lettre sur un sommet. En se rappelant que le nombre de cartes sur les lettres au sommet est égal à la valeur de la carte choisie par le spectateur, on sait ainsi que le nombre de cartes se trouvant sur un côté du triangle est de 16 (nombre de cartes se trouvant dans l'ovale) additionné à la valeur de la carte (lettre au sommet).

Ainsi, on en conclut que la valeur de la carte est égale au nombre de cartes se trouvant sur un des côtés du triangle duquel on soustrait 16.