

**Matériel :**

- Vidéo du tour
- Grilles de nombres
(en annexe)

MATHÉMAGIE

- Puissance mentale -

Comment faire le tour de magie

But

Deviner le nombre choisi par le volontaire.

Préparation

Préparer les 5 grilles de nombres fournis en annexe

Étapes de réalisation du tour :

1. Le mathémagicien demande au volontaire de choisir un nombre entier entre 0 et 31 sans lui dévoiler.
2. Le mathémagicien présente la première grille de nombres¹ et demande au volontaire s'il voit son nombre sur celle-ci.
3. Le mathémagicien répète la même question sur les 4 grilles suivantes, en respectant leur ordre.
4. Le mathémagicien est alors capable de deviner le nombre choisi par le volontaire!

Astuce : Pour trouver le nombre, le mathémagicien doit additionner les nombres dans le coin supérieur gauche de chaque grille pour laquelle le volontaire a répondu « oui » !

¹ Voir l'annexe!



EXPLICATION MATHÉMATIQUE



Voici pourquoi ce tour fonctionne :

La propriété mathématique utilisée pour ce tour est que *tout nombre entier peut s'exprimer de manière unique comme une somme de puissances de deux*.

Les puissances de deux sont $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$... La suite peut être continuée (32, 64, 128...), mais on s'arrête à 16 pour ce tour. Une somme de puissances de deux signifie que l'on se donne le droit de n'utiliser que ces nombres – soit 1, 2, 4, 8 et 16 – dans une addition. De plus, on a le droit de ne les utiliser qu'une seule fois. Par exemple, la somme de puissances de deux qui représente le nombre 19 est $16+2+1$. Cette manière d'obtenir 19 avec ces contraintes est également unique, c'est-à-dire qu'il n'y en a pas d'autres.

Ainsi, n'importe quel nombre peut être décomposé d'une seule façon à l'aide des puissances de 2. Or, les grilles de nombres sont conçues de manière à ce que chacun d'entre elles représentent une puissance de deux. Regardons par exemple la 2^e grille, que l'on surnommara la « grille du 8 ».

8	27	10	25
31	13	29	15
24	11	26	9
28	14	30	12

Les nombres sur cette grille sont précisément les nombres qui utilisent le 8 dans leur somme de puissances de deux. Par exemple, on y retrouve le 10 et le 27 (respectivement $8 + 2$ et $16 + 8 + 2 + 1$), mais pas le 19 ($16 + 2 + 1$). En d'autres mots, si le volontaire répond « oui » pour cette grille, le mathémagicien sait que le nombre du volontaire utilise le 8 dans la somme de puissances de deux. En revanche, s'il répond « non », on sait que son nombre n'utilise pas le 8.

En répétant ce processus sur chaque page, le volontaire donne au mathémagicien – sans le savoir – les puissances de deux qui composent son nombre. Le mathémagicien a donc simplement besoin d'additionner les puissances de deux pour lesquelles le volontaire a répondu « oui » pour retrouver le nombre choisi ! Il

suffit de regarder le nombre dans le coin en haut à gauche de la grille pour savoir sur quelle grille on se trouve.

Par exemple, si le nombre choisi est 19, le volontaire dira « oui » au carton du 16 (le mathémagicien retient donc 16 dans sa tête), « non » aux cartons du 8 et du 4 (le mathémagicien est alors encore à 16 dans sa tête), puis « oui » au carton du 2 (le mathémagicien est donc à $16 + 2$), et finalement « oui » au carton du 1 (le mathémagicien calcule $16 + 2 + 1 = 19$). Le mathémagicien peut ainsi affirmer avec certitude quel est le nombre du volontaire !

Pour aller plus loin...

En traitant les « oui » et les « non » comme des 1 et des 0 respectivement, on peut retrouver l'expression binaire du nombre choisi par le volontaire. En effet, le binaire est la base 2, c'est-à-dire qu'on utilise justement les puissances de deux pour exprimer les nombres. Par exemple, si le volontaire choisit le 13, alors les réponses seront non-oui-oui-non-oui (soit $8 + 4 + 1$). Réécrire cette chaîne en mettant 0 pour non et 1 pour oui nous donne 01101, ce qui est exactement 13 en notation binaire !