Matériel :

- Vidéo du tour
- Grilles de nombres (en annexe)

MATHÉMAGIE

- PUISSANCE MENTALE -

Comment faire le tour de magie

But

Deviner le nombre choisi par le volontaire.

Préparation

Préparer les 5 grilles de nombres fournies en annexe.

Étapes de réalisation du tour :

1. Le mathémagicien demande au volontaire de choisir un nombre entier entre 0 et 31 sans le lui dévoiler.
2. Le mathémagicien présente la première grille de nombres[1] et demande au volontaire s'il voit son nombre sur celle-ci.
3. Le mathémagicien répète la même question en présentant les 4 grilles suivantes, en respectant leur ordre.
4. Le mathémagicien est alors capable de deviner le nombre choisi par le volontaire!

   Astuce : Pour trouver le nombre, le mathémagicien doit additionner les nombres dans le coin supérieur gauche de chaque grille pour laquelle le volontaire a répondu « oui » !

[1] Voir l'annexe!

EXPLICATION MATHÉMATIQUE

Voici pourquoi ce tour fonctionne :

La propriété mathématique utilisée pour ce tour est que *tout nombre entier peut s'exprimer de manière unique comme une somme de puissances de deux*.

Les puissances de deux sont : $2^0 = 1,\ 2^1 = 2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16$... La suite peut être continuée (32, 64, 128, ...), mais on s'arrête à 16 pour ce tour. Une somme de puissances de deux signifie que l'on se donne le droit de n'utiliser que ces nombres – soit 1, 2, 4, 8 et 16 – dans une addition. De plus, on n'a le droit de les utiliser qu'une seule fois. Par exemple, la somme de puissances de deux qui représente le nombre 19 est $16 + 2 + 1$. Cette manière d'obtenir 19 avec ces contraintes est également unique, c'est-à-dire qu'il n'y en a pas d'autres.

Ainsi, n'importe quel nombre peut être décomposé d'une seule façon à l'aide des puissances de 2. Or, les grilles de nombres sont conçues de manière que chacune d'entre elles représente une puissance de deux. Regardons par exemple la 2e grille, que l'on surnommera la « grille du 8 ».

8	**27**	**10**	**25**
31	**13**	**29**	**15**
24	**11**	**26**	**9**
28	**14**	**30**	**12**

Les nombres sur cette grille sont précisément les nombres qui utilisent le 8 dans leur somme de puissances de deux. Par exemple, on y retrouve le 10 et le 27 (respectivement $\mathbf{8} + 2$ et $16 + \mathbf{8} + 2 + 1$), mais pas le 19 ($16 + 2 + 1$). En d'autres mots, si le volontaire répond « oui » pour cette grille, le mathémagicien sait que le nombre du volontaire utilise le 8 dans la somme de puissances de deux. En revanche, s'il répond « non », on sait que son nombre n'utilise pas le 8.

En répétant ce processus sur chaque page, le volontaire donne au mathémagicien – sans le savoir – les puissances de deux qui composent son nombre. Le mathémagicien a donc simplement besoin d'additionner les puissances de deux pour lesquelles le volontaire a répondu « oui » pour retrouver le nombre choisi ! Il suffit de regarder le nombre dans le coin en haut à gauche de la grille pour savoir sur quelle grille on se trouve.

Par exemple, si le nombre choisi est 19, le volontaire dira « oui » au carton du 16 (le mathémagicien retient donc 16 dans sa tête), « non » aux cartons du 8 et du 4 (le mathémagicien est alors encore à 16 dans sa tête), puis « oui » au carton du 2 (le mathémagicien est donc à $16 + 2$), et finalement « oui » au carton du 1 (le mathémagicien calcule $16 + 2 + 1 = 19$). Le mathémagicien peut ainsi affirmer avec certitude quel est le nombre du volontaire !

Pour aller plus loin…

En traitant les « oui » et les « non » comme des 1 et des 0 respectivement, on peut retrouver l'expression binaire du nombre choisi par le volontaire. En effet, le binaire est la base 2, c'est-à-dire qu'on utilise justement les puissances de deux pour exprimer les nombres. Par exemple, si le volontaire choisit le 13, alors les réponses seront non-oui-oui-non-oui (soit $8 + 4 + 1$). Réécrire cette chaîne en mettant 0 pour non et 1 pour oui nous donne 01101, ce qui est exactement le nombre 13 en notation binaire !