



Matériel :

- Vidéo de l'énigme
- Feuilles de papier
- Crayons

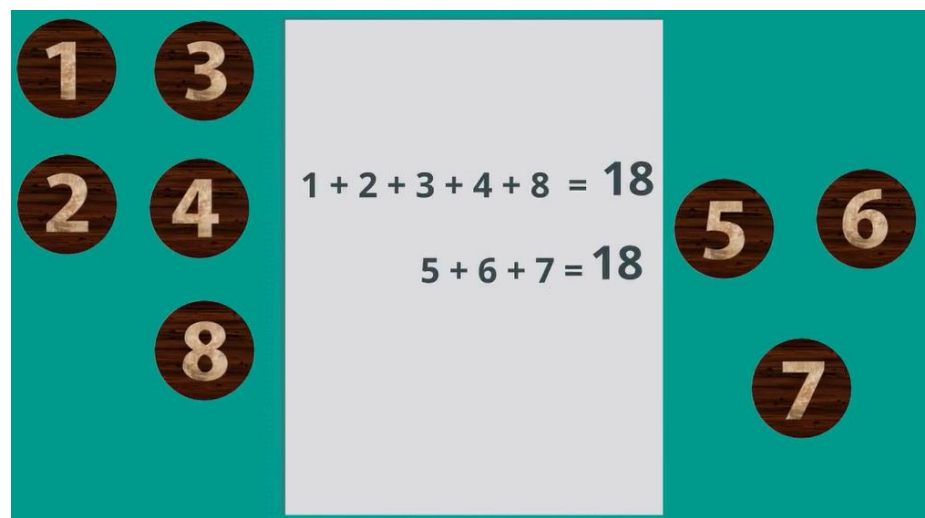
Énigme

- Le partage équitable -

Énoncé de l'énigme

Joshua a trouvé une boîte de jetons numérotés de 1 à 20. Il prend les jetons 1 à 8 et les sépare en deux groupes dont les sommes des numéros sont égales, comme ceci :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 8 = 5 + 6 + 7 = 18$$



Joshua essaie de faire la même chose avec les jetons numérotés de 1 à 9, mais il ne réussit pas!

Il recommence ensuite avec les jetons numérotés de 1 à 10, puis ceux de 1 à 11, et ainsi de suite, jusqu'à avoir tous les jetons numérotés de 1 à 20. À chaque fois, il essaie de séparer ses jetons en deux groupes dont les sommes des numéros sont égales.



Pour quels ensembles de jetons Joshua pourra-t-il réussir ?



Solution de l'énigme



Voici la réponse :

Joshua pourra faire un partage équitable dans 7 cas.

Voici la solution :

Nous devons d'abord faire quelques observations sur ce que nous connaissons déjà.

Penchons-nous sur la raison pour laquelle Joshua arrive à séparer les jetons numérotés de 1 à 8, mais pas ceux numérotés de 1 à 9.

Calculons la somme des jetons numérotés.

Jetons 1 à 8 :

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5} + \textcircled{6} + \textcircled{7} + \textcircled{8} = 36$$

↑
Nombre pair

Or, un nombre pair est un nombre qui se divise en deux parties égales. C'est justement ce que nous désirons faire avec nos jetons. Nous voulons les séparer en deux groupes dont les sommes des numéros sont égales.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{8} = \textcircled{5} + \textcircled{6} + \textcircled{7} = 18$$

} Somme des jetons de chaque groupe

$$18 + 18 = 36$$

} Somme des jetons de chaque groupe } Somme de tous les jetons

Observation : Joshua a réussi à séparer les jetons de 1 à 8 en deux groupes dont les sommes des numéros sont égales puisque la somme de ces jetons est un nombre pair.

Jetons 1 à 9 :

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5} + \textcircled{6} + \textcircled{7} + \textcircled{8} + \textcircled{9} = 36 + \textcircled{9} = 45$$

↑
Nombre impair

Un nombre impair est un nombre qui ne se divise pas en deux parties égales.

Observation : Joshua n'a pas réussi à séparer les jetons de 1 à 9 en deux groupes dont les sommes des numéros sont égales puisque la somme de ces jetons est un nombre impair.



Solution de l'énigme



Conclusion : Ainsi, pour identifier les ensembles de jetons qui satisfont le problème, il suffit de calculer la somme totale des nombres sur les jetons et de retenir ceux dont la somme est paire.

Nous arrivons donc aux résultats représentés dans le tableau ci-dessous :

Jetons utilisés	Somme de tous les jetons	Parité
1 à 8	36	Pair
1 à 9	45	Impair
1 à 10	55	Impair
1 à 11	66	Pair
1 à 12	78	Pair
1 à 13	91	Impair
1 à 14	105	Impair
1 à 15	120	Pair
1 à 16	136	Pair
1 à 17	153	Impair
1 à 18	171	Impair
1 à 19	190	Pair
1 à 20	210	Pair

Réponse : On compte que Joshua pourra faire un partage équitable dans 7 cas sur 12.