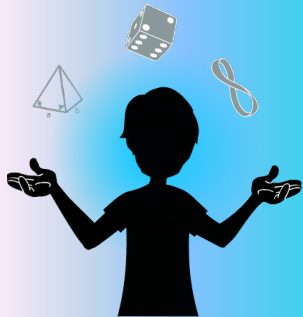




SEMAINE DES MATHS

Matériel :

- Vidéo de l'énigme
- Feuilles de papier
- Crayons

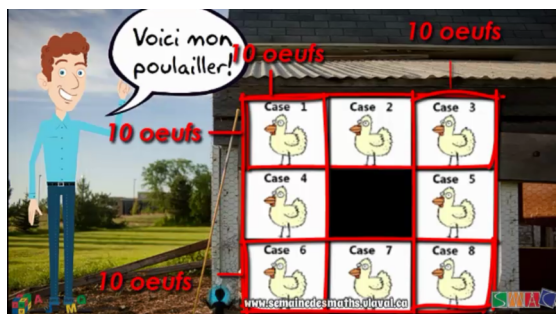
ÉNIGME

- LE POULAILLER -

Énoncé de l'énigme

Eustache, notre ami fermier, possède 8 poules qui pondent des œufs chacune dans une case du poulailler.

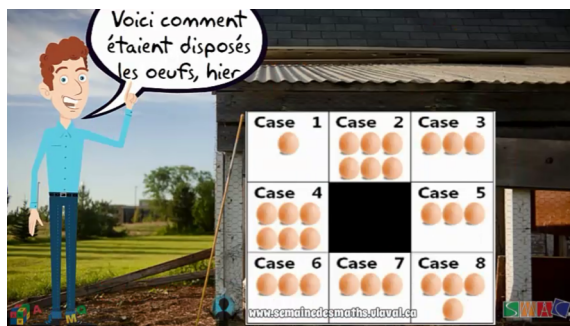
Voici le poulailler d'Eustache :



Il est à remarquer que chaque poule se situe dans une case. Celles-ci s'organisent pour que le fermier compte toujours 10 œufs dans chaque rangée et dans chaque colonne du poulailler.

Par exemple, hier, les poules ont pondu 29 œufs au total.

Voici comment étaient disposés les œufs :



Eustache aimerait connaître le nombre minimal d'œufs que les poules doivent pondre pour que chacune des cases contienne au moins un œuf et qu'il y ait exactement 10 œufs dans chaque rangée.

Peux-tu trouver le nombre d'œufs minimal que les poules doivent pondre, dans ce cas?



SOLUTION DE L'ÉNIGME



Voici la réponse :

Les poules doivent pondre minimalement **22 œufs** pour qu'elles pondent au moins un œuf par case et qu'il y ait 10 œufs dans chaque rangée et colonne du poulailler.

Voici une résolution possible :

On doit commencer en s'assurant de respecter la première contrainte, soit de placer un œuf par case.

Case 1 	Case 2 	Case 3 
Case 4 		Case 5 
Case 6 	Case 7 	Case 8 

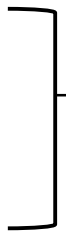
Par la suite, afin de respecter la deuxième contrainte, on doit placer 10 œufs dans chaque rangée et chaque colonne de sorte que le nombre total d'œufs soit minimal.

On doit donc se questionner sur l'impact d'ajouter un œuf dans une case particulière.

Placer un œuf dans la case centrale d'une rangée (cases 2 et 7) fait en sorte que **seulement** le nombre d'œufs de cette rangée augmente. Le même principe s'applique pour la case centrale d'une colonne (cases 4 et 5).

On peut remarquer que les cases du poulailler qui sont placées aux quatre coins se trouvent à l'intersection d'une rangée et d'une colonne. Ainsi, placer les œufs dans l'une des cases aux quatre coins du poulailler (cases 1, 3, 6 et 8) fait en sorte que le nombre d'œufs contenus dans une rangée **et** une colonne augmente simultanément. Cette manipulation nous permet d'utiliser moins d'œufs au total.

Ainsi, on veut avoir seulement un œuf dans les cases centrales. Il y a donc au total 9 œufs à placer dans les deux cases restantes d'une même rangée ou d'une même colonne et **ils peuvent être répartis tel que désiré**.

Case 1   		Exemple de répartition possible des 10 œufs
Case 4 		
Case 6   		



SOLUTION DE L'ÉNIGME



Or, comme le coin liant une rangée et une colonne entre dans la somme des œufs de chacune d'elles, il doit y avoir le même nombre d'œufs dans les cases aux coins opposés du poulailler.

Parmi les solutions possibles, voici un exemple. On place tout d'abord un œuf dans chaque case. Par la suite, on en place 8 dans un coin du poulailler afin d'arriver à la somme de 10 pour une rangée et une colonne simultanément. Finalement, on place 8 autres œufs dans le coin opposé, ce qui nous permet également d'arriver à la somme de 10 pour la rangée et la colonne qu'il reste.

Case 1 	Case 2 	Case 3
Case 4 		Case 5
Case 6 	Case 7 	Case 8

Nombre d'œufs total :
 $8 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 8 = 22$ œufs.

La réponse finale est donc 22 œufs. Il y a d'autres façons de résoudre l'énigme, mais on arrive toujours à ce nombre minimal.

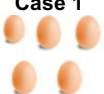
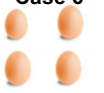
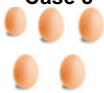
Voici d'autres dispositions possibles. Le nombre d'œufs contenus dans les quatre coins du poulailler peut être inversé dans chacun d'eux, pourvu que les cases aux coins opposés contiennent le même nombre d'œufs.

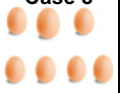
Case 1 	Case 2 	Case 3
Case 4 		Case 5
Case 6 	Case 7 	Case 8

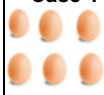
Case 1 	Case 2 	Case 3
Case 4 		Case 5
Case 6 	Case 7 	Case 8

Case 1 	Case 2 	Case 3
Case 4 		Case 5
Case 6 	Case 7 	Case 8

Case 1 	Case 2 	Case 3 
Case 4 		Case 5 
Case 6 	Case 7 	Case 8 

Case 1 	Case 2 	Case 3 
Case 4 		Case 5 
Case 6 	Case 7 	Case 8 

Case 1 	Case 2 	Case 3 
Case 4 		Case 5 
Case 6 	Case 7 	Case 8 

Case 1 	Case 2 	Case 3 
Case 4 		Case 5 
Case 6 	Case 7 	Case 8 