ÉNIGME

-LA CABANE DE MARTIN-

Matériel :

- Vidéo de l'énigme
- Feuille de papier
- Crayon
- Règle graduée et compas
- Fichier GeoGebra

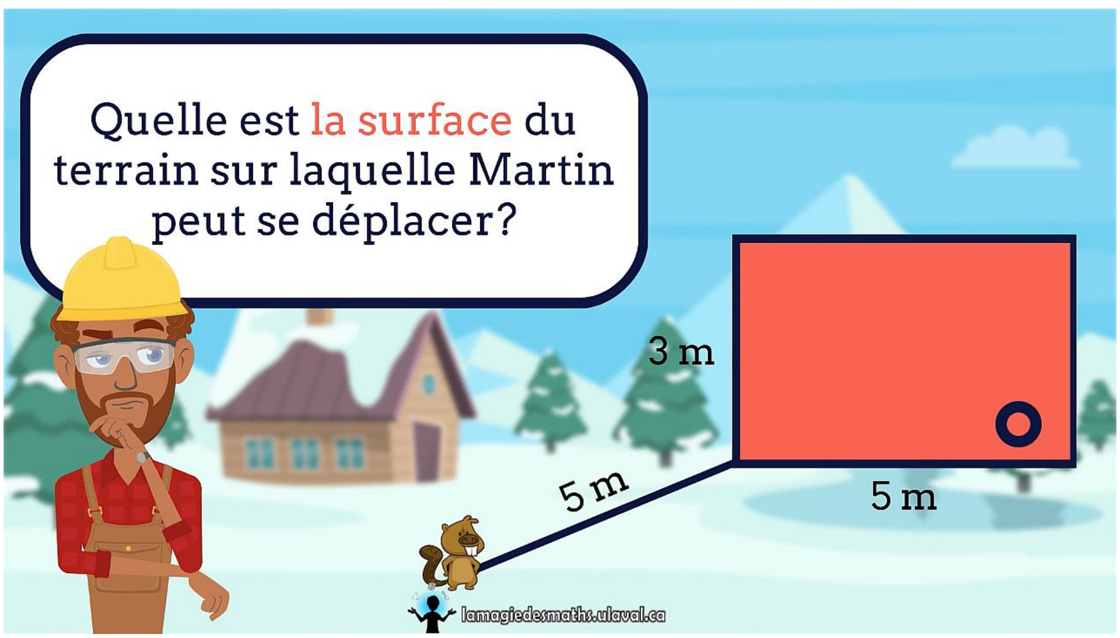
Énoncé de l'énigme

Je te présente Miguel. Il travaille à la scierie près de chez lui.

En revenant de travailler, il rencontre un castor blessé. Il prend la décision de l'appeler Martin et de l'amener à sa cabane le temps qu'il se rétablisse.

Pour que Martin puisse aller dehors sans se blesser davantage, Miguel l'attache au bout d'une corde à l'extrémité de sa cabane. Sa cabane est un rectangle d'une longueur de 5 mètres et d'une largeur de 3 mètres. La corde qui attache Martin à la cabane est de 5 mètres.

Pour veiller à la sécurité du castor, Miguel se demande : **Quelle est la surface du terrain sur laquelle Martin peut se déplacer?** À vous de jouer!



SOLUTION DE L'ÉNIGME

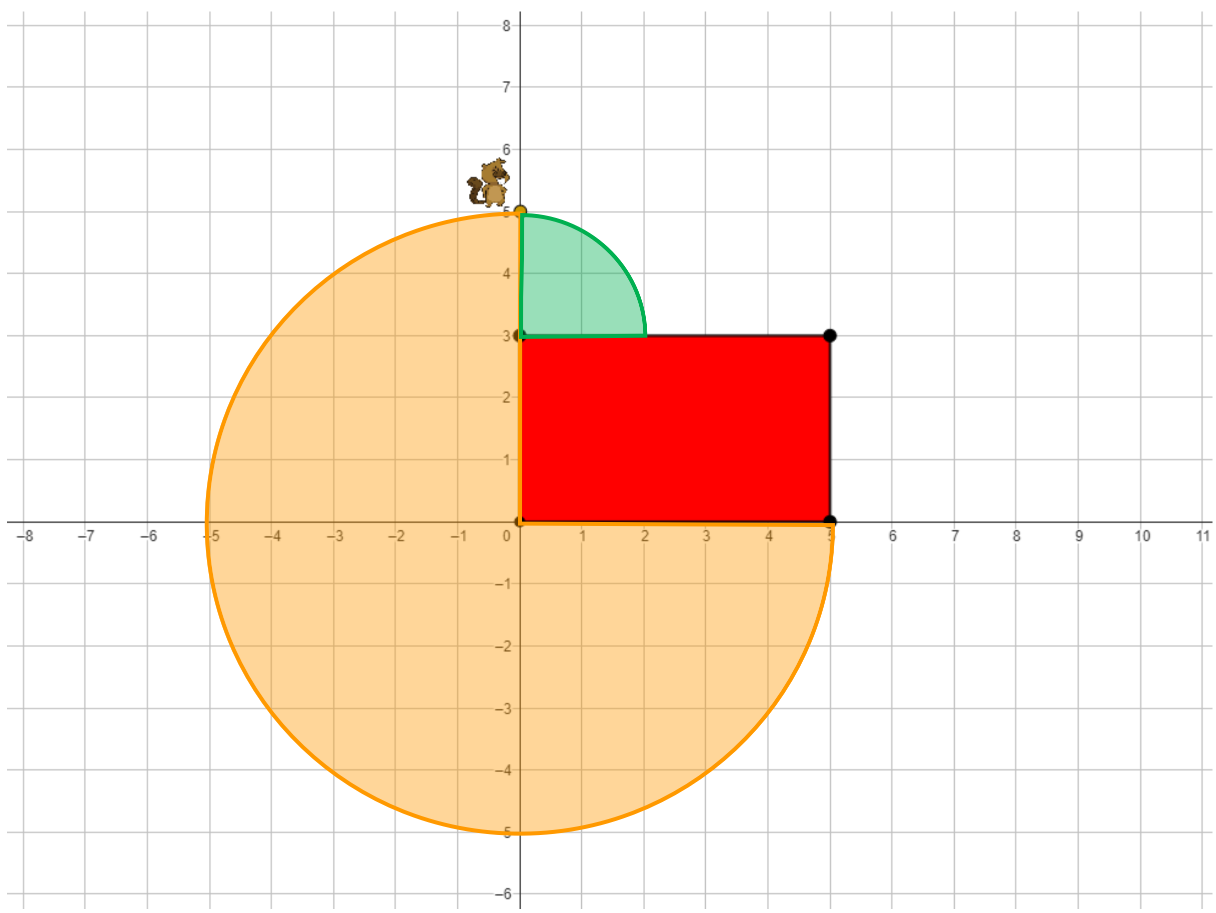
Voici la réponse :

L'aire du terrain accessible au castor est de $\frac{79\pi}{4} m^2 \approx\ 62.05\ m^2$.

Solution :

<u>Premièrement</u>, puisque Martin est attaché au bout d'une corde de 5 mètres, nous pouvons remarquer qu'il se déplace dans **une zone caractérisée par un secteur de disque d'un rayon de 5 mètres**.

<u>Deuxièmement</u>, lorsque la corde est parallèle avec l'un des segments de la cabane et le castor est au bout de la corde, la zone change. Cette zone devient alors **une zone caractérisée par un secteur de disque d'un rayon de 2 mètres**, puisque la corde vient s'appuyer sur un coin de la cabane et devient plus courte. Le centre du disque devient alors le point (0,3).



$* \ Aire\ du\ cercle = \pi \cdot r^2$

Troisièmement, nous pouvons calculer l'aire des **deux** secteurs de disques*.

Pour le secteur du disque **orange** :

1. $Aire\ du\ disque\ orange = A_o$

$$A_o = (\pi \cdot 5^2)\ m^2$$

$$A_o = (25 \cdot \pi)\ m^2$$

$$A_o = (25\pi)\ m^2$$

Martin peut seulement se déplacer sur le ¾ du disque de rayon de 5 mètres de centre (0,0). C'est pourquoi nous calculons seulement le ¾ de la surface du disque. Le rapport est de ¾, puisque l'angle au centre de ce secteur de disque est de 270˚ et l'angle total d'un disque est de 360˚. Alors, nous obtenons le rapport : $\frac{270°}{360°} = \frac{3}{4}$.

2. $Aire\ du\ secteur\ du\ disque\ orange = \frac{3}{4} \cdot A_o = A_{so}$

$$A_{so} = \frac{3}{4} \cdot (25 \cdot \pi)\ m^2$$

$$A_{so} = \left(\frac{3}{4} \cdot 25 \cdot \pi\right)\ m^2$$

$$A_{so} = \left(\frac{75}{4} \cdot \pi\right)\ m^2$$

$$A_{so} = \frac{75\pi}{4}\ m^2 \approx 58.90\ m^2$$

* $Aire\ du\ cercle = \pi \cdot r^2$

Pour le secteur du disque vert :

1. $Aire\ du\ disque\ vert = A_v$

$$A_v = (\pi \cdot 2^2)\ m^2$$
$$A_v = (\pi \cdot 4)\ m^2$$
$$A_v = 4\pi\ m^2$$

Lorsque Martin arrive au bout de sa corde, il peut seulement se déplacer sur le ¼ du disque de rayon de 2 mètres de centre (0,3). Le rapport est de ¼, puisque l'angle au centre de ce secteur de disque est de 90˚ et l'angle total d'un disque est de 360˚. Alors, nous obtenons le rapport : $\frac{90°}{360°} = \frac{1}{4}$.

2. $Aire\ du\ secteur\ du\ disque\ vert = \frac{1}{4} \cdot A_v = A_{sv}$

$$A_v = \frac{1}{4} \cdot (4 \cdot \pi)\ m^2$$
$$A_v = \left(\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \pi\right)\ m^2$$
$$A_v = (1 \cdot \pi)\ m^2$$
$$A_v = \pi\ m^2$$

<u>Finalement</u>, nous pouvons calculer l'**aire totale du terrain** que peut parcourir Martin en additionnant ces deux secteurs de disque.

$$Aire\ du\ terrain = A_t = A_{sj} + A_{sv}$$
$$A_t = \left(\left(\frac{75}{4} \cdot \pi\right) + \pi\right)\ m^2$$
$$A_t = \left(\left(\frac{75}{4} \cdot \pi\right) + \left(\frac{4}{4} \cdot \pi\right)\right)\ m^2$$
$$A_t = \left(\frac{79}{4} \cdot \pi\right)\ m^2$$
$$A_t = \frac{79\pi}{4}\ m^2 \approx 62.05\ m^2$$

$*\ Aire\ du\ cercle = \pi \cdot r^2$